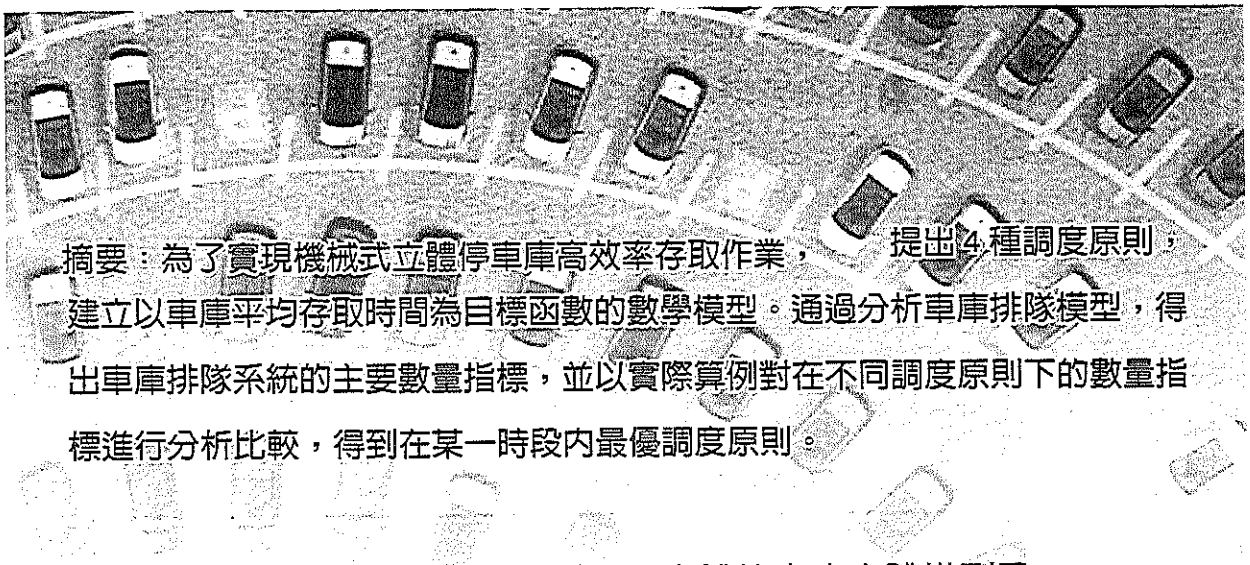
基於排隊論的立體車庫車輛存取優化調度原則

■ 徐格寧　陳延偉



摘要：為了實現機械式立體停車庫高效率存取作業，提出4種調度原則，建立以車庫平均存取時間為目標函數的數學模型。通過分析車庫排隊模型，得出車庫排隊系統的主要數量指標，並以實際算例對在不同調度原則下的數量指標進行分析比較，得到在某一時段內最優調度原則。

機械式立體停車庫是涉及機械、電子液壓、光學、磁控領域的技術密集型的機電一體化設備。垂直升降式立體停車庫是機械式立體停車庫的一種形式，亦稱塔式立體停車庫。它由鋼結構骨架、回轉升降裝置、高速提升裝置、橫移裝置、停車檢測系統、電控系統、安全保護系統、自動消防系統和計算機管理系統組成，通過提升機的升降和裝在提升機上的橫移機構橫移車輛或載車板，實現車輛的存取。

垂直升降立體停車庫主要用於大城市中建築密度高、停車面積少的中心區，尤其是商業、飯店等集中的城區，是解決這些地區停車場地嚴重不足的首選方案之一。為了更好地發揮立體停車庫存取車方便、快捷的優勢，本文對車庫車輛的調度原則及存取策略進行研究分析，以減少車輛的存取時間，提高車庫車輛的存取效率。

立體停車庫實體模型及存取車工作過程

垂直升降式立體停車庫在提升井道兩側對稱布置車位，為下部出入式。最下面一層為工作層，與地面平齊。車庫進行一次存取車輛操作可視為x、y2個方向的二維運動，即水平方向(x)的橫移運動和垂直方向(y)的垂直升降運動。

垂直升降式立體停車庫存取車方式採用交換載車板式，並設置水平回轉台。存車時，車輛駛進車庫入口，由提升機構將車輛或載車板升到目標停車層，然後安裝於提升機構上的橫移機構將車輛或載車板推進指定車位，取車時，通過橫移機構把指定車位上的車輛或載車板拉回提升機構，提升機構降到車輛出入口處，駕駛員將車輛開走。

車庫調度原則及調度策略的實現

1.車庫調度原則

(1)存車優先原則　提升機構完成存取作業後回到車庫出入口處待命時，提升機構上有1塊載車板，供下輛車到來時直接存入。

(2)取車優先原則　提升機構完成存取作業後回到車庫出入口處待命時，提升機構上沒有載車板，以方便直接進行取車操作。

(3)原地待命原則　提升機構完成存取作業後停在原地接受下次存取任務。

(4)交叉存取原則　車庫系統在同一時間接受到多項存車和取車任務時，系統選擇最優的服務順序，使單車存取時間最少。

2.調度策略的研究方法

研究在不同原則下的調度策略，建立其數學模型，以系統在某一時間段內完成K次存取／取車操作的平均時間-t（車庫的平均服務率）為目標函數進行比較分析。

3.基本參數設置

提升機構的運行包括加速起動、勻速運行和減速制動。假設提升機構換速時加速、減速運行距離之和小於最小停車層高度 h_{min}（$h_{min}=h$），提升機構的速度與加速度呈線性關係，即 $v=at$，參數說明見表1。

表1　參數說明

基本參數	h	停車層高度
	h_0	地面至第1層高度，即工作層度
	h_i	目標停車層（第i層）高度
存車過程	$a_{01}t_{01}$	提升機構勻加速提升運行過程加速度及所用時間
	v,t_{iu}	提升機構勻速提升運行過程速度及所用時間
	a_{02},t_{02}	提升機構勻加速提升運行過程加速度及所用時間
	t_{03}	橫移機構將車輛或載車板存入／取出車位所用時間
取車過程	a_{04},t_{04}	提升機構勻加速下降運行過程加速度及所用時間
	v,t_{id}	提升機構勻速下降運行過程加速度及所用時間
	a_{05},t_{05}	提升機構勻減速下降運行過程加速度及所用時間
	t_{06}	回轉台旋轉180°至準備出車所用時間

目標停車層高度

$$h_i=h_0+(i-2)\times h \qquad (1)$$

穩速上升運行過程所需時間

$$t_{iu}=\frac{h_i-\frac{1}{2}a_{01}t_{01}^2-\frac{1}{2}a_{02}t_{02}^2}{v} \qquad (2)$$

穩速下降運行過程所需時間

$$t_{id}=\frac{h_i-\frac{1}{2}a_{04}t_{04}^2-\frac{1}{2}a_{05}t_{05}^2}{v} \qquad (3)$$

4.不同調度原則下的數學模型

(1)存車庫優先原則的數學模型

存車過程：提升機構上升運行至目標停車層車位將車輛存入，再運行至另一車位取下載車板下降至車庫出入口處，完成存車。

取車過程：提升機構上升運行至載車板所屬車位將載車板存入，再運行至目標停車層車位取車下降至車庫出入口處，回轉台旋

轉180° 完成取車。

存車工作過程所需時間包括：

提升機構將車輛存入目標停車層i_1車位所需時間

$$t_{i1}=t_{01}+t_{i1u}+t_{02}+t_{03} \quad (4)$$

提升機構從i_1運行至另一停車層i_2車位取載車板所需時間

$$T_{i1\to i2}\begin{cases} t_{03}, i_1, i_2\text{為不同層} \\ t_{01}+t_{(i1\to i2)u}+t_{02}+t_{03} \\ i_2\text{大于}i_1\text{(上升過程)} \\ t_{04}+t_{(i1\to i2)d}+t_{05}+t_{03} \\ \text{取車時}i_2\text{小于}i_1\text{(下降過程)} \end{cases} \quad (5)$$

提升機構從車位i_2下降至地面所需時間

$$t_{i2}=t_{04}+t_{i2d}+t_{05} \quad (6)$$

從存取車工作過程可以看出：在該原則下存車與取車的工作過程是相同的，只是目的不同，

存車時間與取車時間相差t_{06}，所以，在優先存車原則下完成1次存（取）車的時間（近似值）

$$t_i=t_{i1}+t_{i1\to i2}+t_{i2} \quad (7)$$

完成K次存取操作(在計算取車時間時需加 t_{06}) 的時間

$$\Sigma_t=\sum_{i=2} k_i t_i \ \Sigma\ (\sum_{i=2} k_i=k) \quad (8)$$

完成K次存取操作的平均時間

$$-t=\Sigma\ t/k \quad (9)$$

(2) 取車優先原則的數學模型

取車工作過程：提升機構上升至目標停車層車位取車，下降至車庫出入口處，回轉台旋轉 180° 出庫。此時提升機構再運行至目標停車層車位送回載車板，下降至車庫出入口處，等待下次取車任務。

存車工作過程與取車工作過程是相同的，目的不同，所需時間相差t06。

所以，完成1次存（取）車操作的時間（近似值）

$$t_i=2(t_{01}+t_{iu}+t_{02}+t_{03}+t_{04}+t_{id}+t_{05}) \quad (10)$$

完成K次存取操作的時間Σt 同式8)，完成K次存取操作的平均時間t同式9)。

(3) 原地待命原則的數學模型

該原則下計算完成1次存取車所需時間與前次的存取操作有關。所以分2種情況考慮：

前一次存車

當前取車：提升機構直接運行至目標停車層車位取車。設提升機構所在原地停車層為i_1，目標停車層為i_2，完成取車操作所需時間，即先存後取的時間。

$$T_a=t_{i1\to i2}+t_{04}+t_{i2d}+t_{05}+t_{06} \quad (11)$$

當前存車：提升機構需運行至目標停車層車位取下載車板，下降至車庫出入口處載車，再上升至目標停車層車位存車。完成存車操作所需時間，即先存再存的時間。

$$T_b=t_{i1\to i2}+t_{04}+t_{i2d}+t_{05}+t_{01}+t_{i2u}+t_{02}+t_{03} \quad (12)$$

前一次取車

當前取車：提升機構將載車板送至前一次取車停車層i_1所在地車位，再運行至目標停車層i_2車位取車。完成取車操作所需時間，即先取再取的時間。

$$t_c=t_{01}+t_{i1u}+t_{02}+t_{03}+t_{i1\to i2}+t_{04}+t_{i2d}+t_{05}+t_{06} \quad (13)$$

表 2　基本參數設置

h_0/m	h/m	V/(m · s-1)	a_{01}/(m · s-2)	a_{02}/(m · s-2)	a_{04}/(m · s-2)	a_{05}/(m · s-2)	t_{01}/s	t_{02}/s	t_{03}/s	t_{04}/s	t_{05}/s	t_{06}/s
1.8	2.0	0.66	0.52	0.48	0.46	0.44	1.26	1.38	8.00	1.43	1.5	11.00

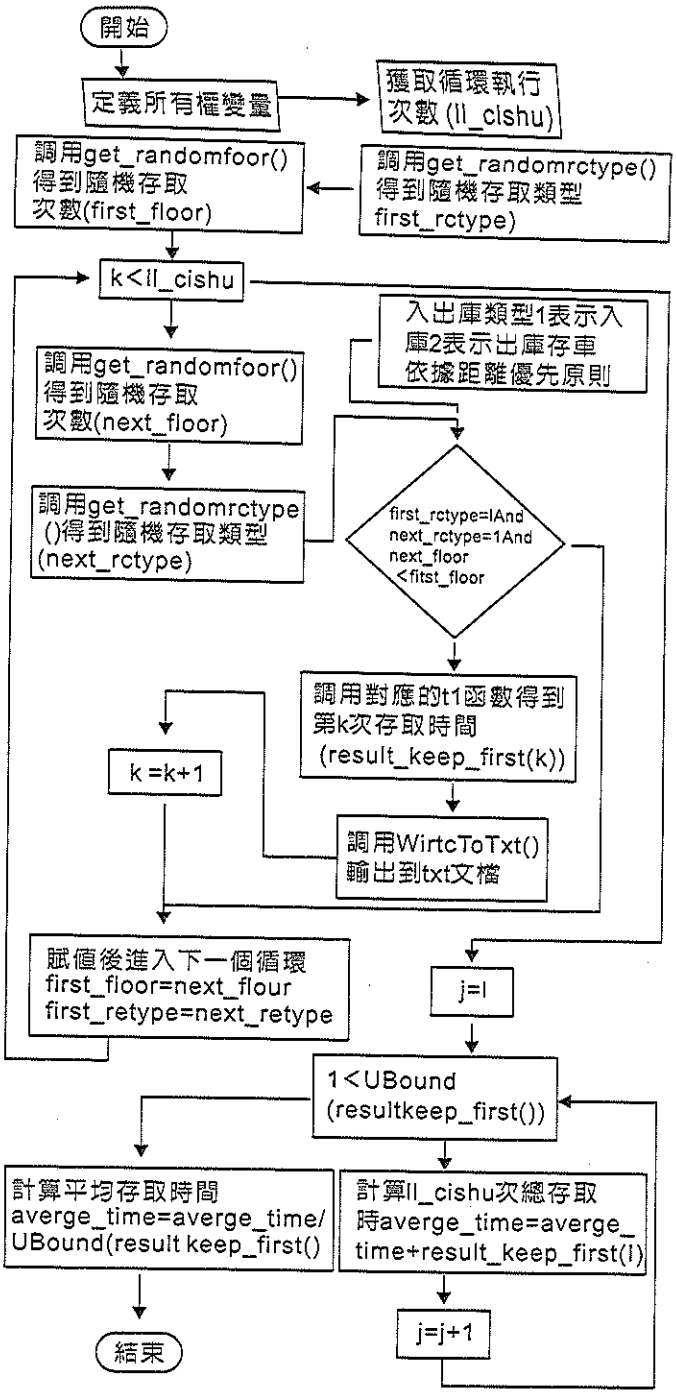


圖1不同調度原則平均存取時間的計算程序流程圖

當前存車：提升機構載車直接運行至目標停車層i車位存車。完成存車操作所需時間，即先取再存的時間

$$t_d = t_{01} + t_{iu} + t_{02} + t_{03} \qquad (14)$$

所以，原地待命原則下完成K次存取操作的時間

$$\left(\Sigma\ k_a(i)=k_a,\ \Sigma\ k_b(i)=k_b,\ \Sigma\ k_c(i)=k_c,\ \Sigma\ k_d(i)=k_d k=\Sigma\ k_i\right) \qquad (15)$$

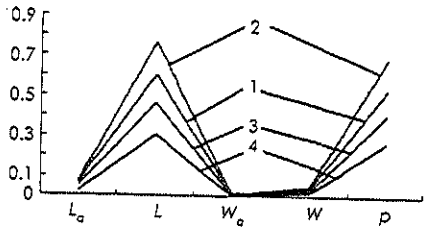


圖3　平峰期排隊系統各數量指示

完成K次存取操作的平均時間-t同式(9)。

(4)交叉存取原則的數學模型

系統對多項存取車任務進行分組執行，按照車輛先到先服務的排隊規則分為存車組和取車組，2組任務交替執行。該原則類同於原地待命中的先存後取或先取後存，完成一次存取車時間按式(11)或(14)計算。完成K次存取操作的時間

$$\Sigma_t = \sum_{i=2}^{n} k_a(i)t_a(i) + \sum_{i=2}^{n} k_b(i)t_b(i) \qquad (16)$$

完成K次存取操作的平均時間-t上同式(9)。

5.不同調度原則下平均存取時間計算程序與算例

根據上述各調度原則，採用Visual Basic語言編寫不同調度原則下平均存取時間的計算程序，其程序流程如圖1。

表3　不同調度原則平均存取時間

調度原則	存車優先	取車優先	原地待命	交叉存取
平均存取時間ta / s	131.2869	170.7651	100.2411	67.6816
平均服務速率 μ	27.4209	21.0816	35.9134	53.0912

車庫排隊系統研究

1.排隊系統的基本組成

立體車庫排隊系統由輸入過程與到達規則、排隊規則和服務機構等組成。

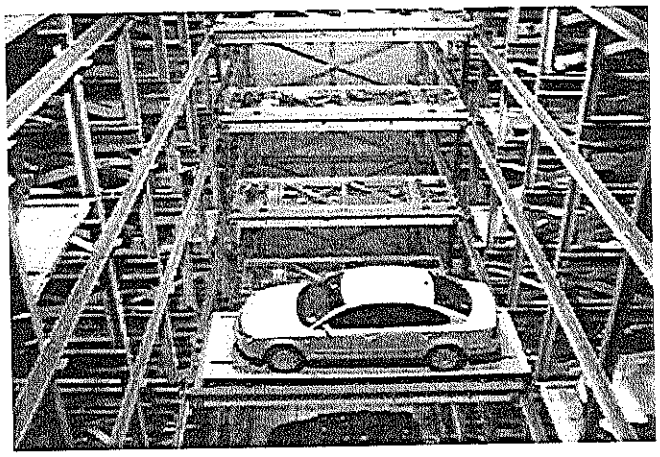
(1)輸入過程與到達規則　輸入過程一般用到達間隔時間來描述。立體車庫隊系統的車輛到達是完全隨機的。

(2)排隊規則　一般分為等待制、損失制和混合制。等待制與混合制通常又可分為先來先服務（FCFS）、後來先服務（LCFS）、隨機服務（ROS）等。立體車庫排隊系統是等待制（系統中車輛容量無限）先來先服務的隨機服務系統。

(3)服務機構與服務時間、服務方式立體車庫排隊系統是單服務台結構，服務時間為常數，即服從定長分布。服務方式為單個服務。

2.排隊模型

排隊模型根據輸入過程、排隊規則和服務機構的不同進行描述。車庫排隊系統模型描述為〔M/D/1〕z〔00/00/FCFS〕，表示車輛到達間隔時間為負指數分布，服務時間為定分長布



，設有1個服務台，排隊系統和車源的容量都是無限，實行先到先服務的服務系統。

3.排隊系統主要數量指標算例

以某26層、存容量為50輛的住宅小區垂直升降式立體車庫為例，根據JB / T10475－2004《垂直升降類機械式停車設備機械行業標準》以及在工程中的實踐經驗，參數設置見表2。

(1)高峰情況

表3給出了採用計算程序針對不同調度原則模擬存取10000次的平均存取時間ta和平均服務速率 μ ＝3600/ta。該車庫在某工作日AM7z00到Am8z00上班高峰期的存取車時刻如表4。由表4中數據計算得到車輛到達的平均速率 λ ＝3317039輛／h。

表4　車庫存取時刻明細

時刻	時間間隔	時刻	時間間隔	時刻	時間間隔	時刻	時間間隔
7:00:03	——	7:15:32	264	7:31:45	44	7:46:27	85
7:01:25	82	7:16:16	44	7:32:28	43	7:47:54	87
7:03:01	96	7:21:11	295	7:34:22	114	7:50:15	141
7:03:55	54	7:22:26	75	7:36:14	112	7:51:56	101
7:05:22	87	7:25:08	163	7:38:07	113	7:54:23	147
7:07:35	133	7:26:14	66	7:39:11	64	7:56:01	98
7:08:02	27	7:28:01	107	7:42:12	181	8:00:00	—
7:10:12	130	7:30:23	142	7:43:08	56	—	—
7:11:08	56	7:31:01	38	7:46:02	174	—	—

(2)平峰情況

根據統計，該車庫在平峰時期車輛到達的平均速率 λ ＝14175輛／h。根據如下排隊模型〔M/D/1〕z〔oo/oo/FCFS〕的數量指標計算公式計算分析該排隊模型主要數量指標如表5：

$$P=\lambda/\mu，L_q=p^2/2(1-p)，L=L_a+P，W_q=L_q/\lambda，W=W_q+1/\mu，P=p \quad (17)$$

根據排隊論可知，排隊系統的主要性能指標值越小，表明系統排隊越少，等待時間越少，系統性能就越好。通過車庫在高峰期和平峰期的排隊情況，可以看出：

(1)高峰期　採用存車優先和取車優先調度策略，使該車庫排隊系統的服務強度p＞1，則隊列將排至無限長。所以，2種策略此時都不可取。採用原地待命和交叉存取調度策略，p＜1，隊列長度有限。從排隊系統各指標來看，交叉存取原則優於原地待命原則。

(2)平峰期　在平峰期車輛到達平均速率小，使該車庫在任何一調度原則下的服務強度p＜1，即隊列長度有限。根據圖3各指標的比較，可以得出交叉存取為最優工況。

結論

建立各不同調度原則下以車輛平均存取時間為函數的數學模型，運用排隊論分析各調度原則在何種工況下更優更合理。得出如下結論：

(1)無論在存車優先原則和取車優先原則下存取車輛，都需經歷載車板存起過程的一段時間，此時升降機構處於等待狀態，加大車庫平均存取時間，以致系統單位時間服務的車輛數減少。因此提高水平移載速度是改善作業率的另一途徑。

表5　排隊系統在不同調度原則下的主要數量指標

	數量指標	存車優先	取車優先	原地待命	交叉存取
高峰期	平均服務速率 μ /(輛・H−1)	27.4209	21.0816	35.9134	53.1902
	服務強度p	1.2290＞1	1.5987＞1	0.9385＜1	0.6336＜1
	平均等待隊長Lq/輛	——	——	0.0271	0.0735
	平均隊長L/輛	——	——	0.9656	0.7071
	平均等待時間Wq/h	——	——	0.0008	0.0022
	平均逗留時間W/h	——	——	0.0286	0.0210
	顧客必須等待的概率/P	——	——	0.9385	0.6336
平峰期	服務強度p	0.5397	0.6997	0.4107	0.2773
	平均等待隊長Lq/輛	0.0670	0.0735	0.0497	0.0278
	平均隊長L/輛	0.6067	0.7732	0.4604	0.03051
	平均等待時間Wq/h	0.0045	0.0050	0.0034	0.0019
	平均逗留時間W/h	0.0410	0.0524	0.0312	0.0207
	顧客必須等待的概率/P	0.5397	0.6997	0.4107	0.2773

(2) 對於車庫具體採用何種調度策略，應先分析該車庫的平均服務率 μ，再統計車庫各時間段（高峰、平峰）內單位時間平均到達車輛，之後確定調度策略才是有效的。

(3) 根據平均存取時間分析，存車優先原則優於取車優先原則。

(4) 根據平均存取時間和排隊系統各指標分析，交叉存取原則優於原地待命原則。但是交叉存取原則是在原地待命原則基礎上人為地進行存取任務分組，有一定的被動性。如果在存取任務不相當的情況下，即無法進行存取任務分組時，從系統和顧客 2 方面考慮，可以採用原地待命調度策略。

參考文獻

1.任伯淼等．機械式立體停車庫．北京：海洋出版社，2001

2.姜啓源．數學模型（第2版），北京：高等教育出版社，1992

3.華興（美）．排隊論與隨機服務系統．上海：上海翻譯出版公司，1987

4.熊傳．運籌學．北京：機械工業出版社，2005

5.李浩．立體車庫升降機構控制系統的設計及排隊模型優化分析：〔學位論文〕 I 武漢理工大學，2006

6.潘耀芳，王軒．智能化立體車庫優化車輛存取策略研究．物流科技，2002(6)：49－537.楊曉芬，肖華．自動化立體車庫存取策略的比較分析機械製造與自動化，220433(5)：47－53

轉載自城市停車月刊